式の計算の理解

Ver.1.39

1．解の公式をマスターしよう

〝公式1〟

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

【条件】 $(x／\boxed{+4})(x／\boxed{+5})$ 前が同じ $\boxed{\text{後ろがたせる}}$

(^^)／▽もとの意味▽＼(^^)

① ②

$(x／+4)(x／+5)$

③ ④

$$=x^2／\underbrace{+5x／+4x}_{\text{たせる}}／+4\times5$$

$(5+4)x$

【例】＊ $(x／-3)(x／-2)$

$=x^2+(-3-2)\quad x+\{(-3)\times(-2)\}$

$=x^2-5x+6$

“ ちょっと難問 ”(. .)ゞ

同じ

$(\boxed{-ab}／+3c)(\boxed{-ab}／+9c)$

たせる

$=(-ab)^2+\{(3c+9c)\times(-ab)\}+3c\times9c$

$=\underline{\underline{a^2b^2}}-12abc+27c^2$

└→両方の文字が２乗になる!!

〝公式２〟

$$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$$

(^^)／▽**もとの意味**▽＼(^^)

$$(x+a)^2=(x\,/\!+a)(x\,/\!+a)$$

①　②　③　④

$$=x^2/+\underbrace{ax/+ax}_{\text{たせる}\ \to\ 2ax}/+a^2$$

《例》＊　$(x／+5)^2$

$(x)^2$　　　　$(+5)^2$

前×　後ろ　×２

$x\times(+5)\times2$

$$=x^2+10x+25$$

＊　$(-x／-3)^2$

$(-x)^2$　　　　$(-3)^2$

前　×　後ろ　×２

$(-x)\times(-3)\times2$

$$=x^2+6x+9$$

〝公式３〟

$$(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$$

(^^)／▽**もとの意味**▽＼(^^)

① ② ③ ④

$$(x-a)^2=(x／-a)(x／-a)$$

$$=x^2／+(-ax)／+(-ax)／+(-a)^2$$

たせる

$$-2ax \qquad +a^2$$

《例》＊ $(x／-a)^2$

$(x)^2$ 　　　$(-a)^2$

前×　後ろ×２

$x\times(-a)\times 2$

$$=x^2-2ax+a^2$$

＊ $(-x／-a)^2$

$(-x)^2$ 　　　$(-a)^2$

前　×　後ろ　×２

$(-x)\times(-a)\times 2$

$$=x^2+2ax+a^2$$

〝公式４〟

$$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$$

(^^)／▽**もとの意味**▽＼(^^)

①　②

$(x/+a)(x/-a)$

③　④

$$=x^2/\underbrace{-ax/+ax}_{=0}/-a^2$$

同じ項

【条件】（ ○ ＋ □ ）（ ○ － □ ） ＝ ○² － □²

同じ項

《例》＊　$(a/+b)(a/-b)$

前同じ　　**後ろの符号以外が同じ**

$=a^2-b^2$

＊　$(x+3)(x-3)=(x-3)(x+3)$

$=(x)^2-(3)^2$　**(前)²－(後)²**

$=x^2-9$

＊　$(\boxed{-x}/+3)(\boxed{-x}/-3)$

$=(-x)^2-(3)^2$

$=x^2-9$

“よくあるミスに注意!!”＼(>o<)／…

① $(3a+b)(3a-b)$ ＝ × $3a^2-b^2$

数字も忘れずに２乗しよう!! ＝ ◎ $9a^2-b^2$

① $(ab+cd)(ab-cd)$ ＝ × ab^2-cd^2

２乗は文字ひとつひとつにつけよう!! ＝ ◎ $a^2b^2-c^2d^2$

① $(ab+3c)(ab-3c)$ ＝ × ab^2-3c^2

上のふたつが混ざった形!! ＝ ◎ $a^2b^2-9c^2$

２．文字で表す偶数・奇数

(σ^o^)σ **連続する偶数を表す場合**

・例えば連続する偶数が　２、４　だった場合、

２ ――― ２増える(＋２) ―――→ **４**

というように**２増加する**ことがわかる。

・さらに**偶数はすべて２の倍数**であるから連続する偶数は
ｎを整数として（大切な条件→必ず書くこと！）

２ｎ、２ｎ＋２　　又は　　**２ｎ－２、２ｎ**

小　＋2　大　　　　小　＋2　大

と表すことができる。

(▼-▼) 検証１　２ｎ、２ｎ＋２で**ｎ＝１**とすると、
『ｎ＝１』　２×１＝２、２×１＋２＝４というふうに
２，４となり連続する偶数となる

(▼o▼) 検証２　同様に**ｎ＝３**としても、
『ｎ＝３』　２×３＝６、２×３＋２＝８というふうに
６，８となり連続する偶数となる

(σ^o^)σ **連続する奇数を表す場合**

・奇数の場合は**偶数とは逆に**すべて２の倍数ではない。

・すなわち**２の倍数から１増加もしくは減少した数が奇数**になる

【確認】本当に２の倍数(偶数)から１増加もしくは減少した数は奇数か!?

[偶数]	2	4	6	…	2	4	6	…	２ｎ－１
	↓－１	↓－１	↓－１		↓＋１	↓＋１	↓＋１		↓＋２
[奇数]	1	3	5	…	3	5	7	…	２ｎ＋１

・このことを**ある整数をｎとして**表すと、連続する奇数は、

２ｎ－１、２ｎ＋１　又は　**２ｎ＋１、２ｎ＋３**

小　＋2　大　　　　小　＋2　大

となる。

(▼-▼) 検証１　２ｎ－１、２ｎ＋１でｎ＝１とすると、
『ｎ＝１』　２×１－１＝１、２×１＋１＝３というふうに
１，３となり連続する奇数となる
(▼o▼) 検証２　同様にｎ＝３の場合でも、
『ｎ＝３』　２×３－１＝５、２×３＋１＝７というふうに
５，７となり連続する奇数となる

(σ^o^)σ 連続する整数を表す場合

・たとえば連続する整数が３，４だった場合、

３ ――１増える(＋１)――→ ４

というように**１増加**することがわかる。
・このことからある整数をｎとすると、連続する整数は、

ｎ、ｎ＋１　又は　（ｎ－１、ｎ）
小　大　　　　　　小　　大

と表すことができる。

(▼-▼) 検証１　ｎ、ｎ＋１でｎ＝１とすると、
『ｎ＝１』　１、１＋１＝２というふうに
１，２となり連続する整数となる
(▼o▼) 検証２　同様にｎ＝５とすると、
『ｎ＝５』　５、５＋１＝６というふうに
５，６となり連続する整数となる

■展開■

１．5 で割って 1 余る数を文字を使って表せ。

【考え方】「5 で割って 1 余る数」＝「5 の倍数に 1 たした数」と考える。

$\boxed{\text{検証}}$　「5 の倍数に 1 たした数」はどのような数か？

5	10	15	20	……	5 の倍数
$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$		
↓	↓	↓	↓		
6	11	16	21	＝	5 で割って 1 余る数

《解法》「5 の倍数」を**ｎを整数として**表すと、５ｎ
これに 1 をたした数だから、　５ｎ＋１　　　**答．５ｎ＋１**

○別解○
――― 5ｎ－$\boxed{}$で表すと…

5	10	15	20	…	5 の倍数
	$\boxed{-4}$	$\boxed{-4}$	$\boxed{-4}$		
6	11	16	21		

⇒このように、５ｎ－４とも表すことができる。　　**答．５ｎ－４**

●別解の意味●
ｎ＝２のとき　　５×２－４＝６
ｎ＝３のとき　　５×３－４＝１１

５＋５$\boxed{＋５－４}$＝５×２$\boxed{＋１}$

→ ここだけ計算すれば５－４＝＋１となる。

つまり、初めに出した５ｎ＋１と同じ式になる。

◇発展◇

◎５ｎ＋１の次の数は５ｎ＋$\boxed{}$か？

＋５

⇒（５ｎ＋１）＋５が次の数　＝　５ｎ＋６　　　　答．５ｎ＋６

２．7 で割って 1 余る数を文字を使って表せ。

【考え方】「7 で割って 1 余る数」＝「7 の倍数に 1 たした数」と考える。

$\boxed{\text{検証}}$　「7 の倍数に 1 たした数」はどのような数か？

7	14	21	28	……	7 の倍数
$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$	$\boxed{+1}$		
↓	↓	↓	↓		
8	15	22	29	＝	7 で割って 1 余る数

《解法》「7 の倍数」を<u>ｎを整数として</u>表すと、７ｎ

これに 1 をたした数だから、　７ｎ＋１　　　　答．７ｎ＋１

○別解○

―――　7ｎ－$\boxed{}$で表すと…

7	14	21	28	…	7 の倍数
	$\boxed{-6}$	$\boxed{-6}$	$\boxed{-6}$		
8	15	22	29		

⇒このように、７ｎ－６とも表すことができる。　　　答．７ｎ－６

●別解の意味●

ｎ＝２のとき　　７×２－６＝８

ｎ＝３のとき　　７×３－６＝１５

$$7+7\boxed{+7-6}=7\times2\boxed{+1}$$

ここだけ計算すれば７－６＝＋１となる。

つまり、初めに出した７ｎ＋１と同じ式になる。

◇発展◇

◎７ｎ＋１の次の数は７ｎ＋$\boxed{}$か？

＋７

⇒ (７ｎ＋１)＋７が次の数　＝　７ｎ＋８　　　　**答．７ｎ＋８**

◆疑問解決◆

…なぜ「5 で割って 1 余る数」や「7 で割って 1 余る数」などを文字を使った式で表すと、多くの式で表すことができるのか。その理由を解明していこう。

5 で割って 1 余る数の場合

5　　10　　15　　20　……　**5 の倍数**

$\boxed{+1}$　$\boxed{+1}$　$\boxed{+1}$　$\boxed{+1}$

↓　↓　↓　↓

6　　11　　16　　21　＝　**5 で割って 1 余る数**

5　　5　　5

上の図を見ると、数字が５増えるか減るごとに５で割って１余る数にあてはまっている。**このことを文字を使った式で表すとき、たとえば上の図での「16」の位置が５ｎ＋１だとすると…**

５ｎ－９　　５ｎ－４　　５ｎ＋１　　５ｎ＋６

5　　5　　5

このように、５増えるか減るごとに別の式を作ることができる。

7 で割って 1 余る数の場合

7　　14　　21　　28　……　**7 の倍数**

$\boxed{+1}$　$\boxed{+1}$　$\boxed{+1}$　$\boxed{+1}$

↓　↓　↓　↓

8　　15　　22　　29　＝　**7 で割って 1 余る数**

7　　7　　7

上の図を見ると、数字が７増えるか減るごとに７で割って１余る数にあてはまっている。**このことを文字を使った式で表すとき、たとえば上の図での「22」の位置が７ｎ＋１だとすると…**

$$7n-13 \xleftrightarrow[7]{} 7n-6 \xleftrightarrow[7]{} 7n+1 \xleftrightarrow[7]{} 7n+8$$

このように、７増えるか減るごとに別の式を作ることができる。

■実戦■

３．１，２で求めた５ｎ＋１と７ｎ＋１で、それぞれ100に最も近い数は？

$\boxed{\text{A：５ｎ＋１の場合}}$

①まず倍数だけで100にもっとも近いｎを求める。今、倍数は５。

100÷5＝20　　⇒**もっとも近いｎ＝２０**

②そのｎを式にあてはめる。その解が答である。

５ｎ＋１　⇒　５×２０＋１＝１０１

答．１０１

$\boxed{\text{B：７ｎ＋１の場合}}$

①上と同様に倍数だけで100にもっとも近いｎを出す。倍数は７。

100÷7＝**１４**…2

└→ $\boxed{\text{Attention}}$ **この数の前後も考えなければならない。**

$$7n+1 \begin{cases} n=13 & 7\times13+1=92 \\ n=14 & 7\times14+1=99 \\ n=15 & 7\times15+1=106 \end{cases}$$

⇒**もっとも100に近いのは　ｎ＝１４**

答．９９

３．因数分解のコツをつかむ

＊$4n^2$／$+4n$／$+1$を解く＊

⇒$4n^2$／$+4n$／$+1$を見た時、一番前の項($4n^2$)と一番後ろの項($+1$)が **共に２乗で因数分解できることに着目する。**

↓

この式だと$4n^2$は$(2n)^2$に、$+1$は$(+1)^2$に因数分解できる

↓

次に、**真ん中の項の符号に注意する**

$4n^2$／$\boxed{+}4n$／$+1$

↓

この真ん中の項の符号が

そのまま解になる２項をつなぐ符号となる

↓

このように一番前の項と一番後ろの項がともに乗数に因数分解できるとき、
その解は、

(前の項　真ん中の項の符号　後ろの項)²

となるのである。
この問題の場合だと、答は　$(2n\boxed{+}1)^2$　となる。

図で書くと…

○²／＋2×前×後／＋□²

＝（○＋□）²

$$\bigcirc^2 / -2 \times \boxed{前} \times \boxed{後} / + \square^2$$

$$= (\bigcirc - \square)^2$$

４．証明問題を解く

その① **連続する２つの奇数の平方の差は、８の倍数であることを証明せよ。**

【証明の方法】 **連続する** 2 **つの奇数の平方の差を計算し、**
8 **の倍数であると証明する。**

《証明の流れ》

ｎを整数としたときの連続する２つの奇数

⇒ $\underset{小}{2n-1}$、$\underset{大}{2n+1}$ 又は $\underset{小}{2n+1}$、$\underset{大}{2n+3}$

↓

この連続する２つの奇数の平方 ⇒ $(2n-1)^2$、$(2n+1)^2$

↓

２つの奇数の平方の差を求める ⇒ **大きい方から小さいほうを引く**

↓

$$(2n+1)^2-(2n-1)^2 = (4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)$$
$$=4n^2+4n+1-4n^2+4n-1$$
$$=8n$$

↓

計算結果８ｎは、８の倍数であるとわかる　　<u>証明終了</u>

その② **奇数の平方を４でわったときの余りは？**

<u>ｎを整数として奇数を２ｎ＋１とした場合</u>

→ **ここまで４でくくれる!!**

奇数の平方 ⇒ $(2n+1)^2 = \underline{4n^2+4n} / +1$

↓

それを４でわる(＝４でくくる) $= \underbrace{4(n^2+n)}_{4の倍数} / +1$

＊ココが＋2なら
余りは2である。

→ **この部分が余り**

↓

意味：(４の倍数)＋１⇒４の倍数より１大きい!!

【検証】<u>n＝１のとき</u>

４(１^2＋１)＋１＝８(４の倍数)＋１ ⇒ 余りは１

＝８＋１＝９　　９÷４＝２…１

<u>n＝２のとき</u>

４(２^2＋２)＋１＝２４(４の倍数)＋１ ⇒ 余りは１

＝２４＋１＝２５　　２５÷４＝６…１

<u>nを整数として奇数を２n－１とした場合</u>

(２n－１)^2 ＝ ４n^2－４n／＋１

$\boxed{\text{４でわる(＝４でくくる)}}$ ＝ $\underbrace{\text{４(n}^2\text{－n)}}_{\text{４の倍数}}$／＋１

【検証】<u>n＝３のとき</u>

４(３^2＋３×３＋２)＋１＝８０(４の倍数)＋１ ⇒ 余りは１

＝８０＋１＝８１　８１÷４＝２０…１

５．約数の求めかた

問題．135 の約数をすべて求めなさい。

因数　…かけ算の式の 1 つ 1 つの数のこと。
素因数…因数が素数であること。

【要点】約数とは、
①「１」②「素因数」③「素因数の積（×）」
によって構成されるその数を割りきることができる数のことを指します。

⇩

よって、この場合「135」を素因数分解して、その後に素因数の積を求めて、「135」の約数をすべて求めます

∽解き方∽

自然数を素因数の積として表すこと。

1　135 を素因数分解し、素因数を求める

$$\begin{array}{r|r} 3 & 135 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array} \longrightarrow 135=3\times3\times3\times5=3^3\times5$$

↓

135 の素因数は「3」「5」

2　素因数の積を求める

$\boxed{135=3^3\times5}$ から考える

●素因数 2 つの積（3×3×3×5 の 4 つから 2 つ選んだ積）

⇒　$3^2=9$，$3\times5=15$

●素因数 3 つの積（3×3×3×5 の 4 つから 3 つ選んだ積）

⇒　$3^3=27$，$3^2\times5=45$

●素因数 4 つの積（この場合はこれですべて）

⇒　$3^3\times5=135$

☆いま、135 の素因数は「3」「5」、その素因数の積はそれぞれ「9」「15」「27」「45」「135」と求められた。これらの数に「1」を加えてすべての約数が求められます。
（※「1」は忘れやすいのでミスに注意！！）

答．1 ,3 ,5 ,9 ,15 ,27 ,45 ,135

135(積)

〆追記〆　約数の個数だけを早く見つける方法

【方法】各因数の指数に１をたし、かける。

前ページの 135 という数で考えると、

$135 = 3^3 \times 5 \Rightarrow 135 = 3^3 \times 5^1$　指数に着目!!

$(3+1) \times (1+1) = 4 \times 2 = 8$コ　と求められる。

【考え方】

まず、3^3(＝27)の約数は

① 3　(素因数)
② 3×3＝9　(素因数の積)
③ 3×3×3＝27　(素因数の積)
④ 1

の４コ　⇒　$(3+1) = 4$コ

次に、5^1の約数

⑤ 5　(素因数)
⑥ 1

の２コ　⇒　$(1+1) = 2$コ

最後に、$3^3 \times 5^1$の約数の個数を求める。それぞれの約数の個数をかけたものが$3^3 \times 5^1$の約数の個数となる。

①×⑤(15)	②×⑤(45)	③×⑤(135)	④×⑤(5)
①×⑥(3)	②×⑥(9)	③×⑥(27)	④×⑥(1)　より

３^{3}の約数の個数×５^{1}の約数の個数
↓　　↓　　↓
４　×　２　＝　８コ

６．素因数分解の応用

応用Ⅰ：整数の 2 乗の数を作る

問題．112 になるべく小さい自然数をかけて、整数の 2 乗になるようにしたい。 どんな自然数をかければよいですか？

《問題の意味》
この問題の意味は…
112×なるべく小さい自然数＝（整数)^2
└→いくら??　　　　ということである。

【要点】与えられた数（今回は 112）を素因数分解したときの、
累乗の指数（例：5^2 の ^{2} の部分）に着目する
⇩
すべての素因数の累乗の指数が偶数になれば、（整数)^2 になる！！

∽解き方∽
$\boxed{1}$　112 を素因数分解し、累乗の指数を求める

$$
\begin{array}{r|r}
2 & 112 \\ \hline
2 & 56 \\ \hline
2 & 28 \\ \hline
2 & 14 \\ \hline
 & 7
\end{array}
$$

→　112＝2^4×7
↓くわしく書くと…
112＝2^4×7$^{\boxed{1}}$ である

〝累乗の指数〟　$112 = 2^{4\leftarrow 偶数} \times 7^{\boxed{1 \leftarrow 奇数}}$
⇩

いま、累乗の指数は 2 が「4」、7 が「1」であり、7 の指数が奇数。

この 7 の指数を偶数にするにはどうすればいいだろう？
⇒もう 1 つ 7 をかければ 7^2 となり指数が偶数となる！

$$
\begin{aligned}
(2^4\times7)\times7 &= 2^4\times7^2 \\
&= 2^2\times2^2\times7^2 \\
&= (2\times2\times7)^2 \\
&= (28)^2
\end{aligned}
$$

答．7

［意味］112（$2^4\times7$）に 7 をかけると、28 の 2 乗になる。

応用Ⅱ：整数の 2 乗の数を作る発展問題

問題． 112 に自然数をかけて、整数の 2 乗になるようにしたい。
そのときかければよい自然数を 100 までのなかですべて挙げなさい。

《問題の意味》

112×なるべく小さい自然数＝（整数$)^2$

└→100 までの中ですべて求める

【要点】与えられた数（今回は 112）を素因数分解したときの、
累乗の指数（例：5^2 の ^{2} の部分）に着目する

⇩

すべての素因数の累乗の指数が偶数になれば、（整数$)^2$ になる！！

∽解き方∽

$\boxed{1}$　112 を素因数分解し、累乗の指数を求める

$$
\begin{array}{r|r}
2 & 112 \\ \hline
2 & 56 \\ \hline
2 & 28 \\ \hline
2 & 14 \\ \hline
 & 7
\end{array}
\longrightarrow \quad 112 = 2^4\times7
$$

↓くわしく書くと…

$112 = 2^4\times7^{\boxed{1}}$ である

〝累乗の指数〟　$112 = 2^{4\leftarrow\text{偶数}}\times7^{\boxed{1\leftarrow\text{奇数}}}$

⇩

いま、累乗の指数は 2 が「4」、7 が「1」であり、7 の指数が奇数。

いま、式に表すと　$2^4 \times 7 \times \boxed{自然数}$　であり、
7がひとつしかないので、$\boxed{}$の中に入る自然数は　7　である。

☆しかし、問題では 100 までの自然数であてはまるものをすべて挙げろとあるので、あてはまる自然数はまだ存在する。※$\boxed{}$の中が 100 以内

7が$\boxed{}$にあてはまる場合の式を表すと、

$$2^4 \times 7 \times \boxed{7 \times ① \times ①}$$

└→計算すると「7」となる
となり、○に「1」が入った場合と考えられる。

○＝1　$2^4 \times 7 \times \boxed{7 \times ① \times ①} = 2^4 \times 7^2 \times 1^2$
$= 2^2 \times 2^2 \times 7^2 \times 1^2$
計算すると「7」$= (2 \times 2 \times 7 \times 1)^2$
（100以内）$= (28)^2$

次に○＝2で考えると…

○＝2　$2^4 \times 7 \times \boxed{7 \times ② \times ②} = 2^4 \times 7^2 \times 2^2$
$= 2^2 \times 2^2 \times 7^2 \times 2^2$
計算すると「28」$= (2 \times 2 \times 7 \times 2)^2$
（100以内）$= (56)^2$

○＝3　$2^4 \times 7 \times \boxed{7 \times ③ \times ③} = 2^4 \times 7^2 \times 3^2$
$= 2^2 \times 2^2 \times 7^2 \times 3^2$
計算すると「63」$= (2 \times 2 \times 7 \times 3)^2$
（100以内）$= (84)^2$

○＝4　$2^4 \times 7 \times \boxed{7 \times ④ \times ④} = 2^4 \times 7^2 \times 4^2$
$= 2^2 \times 2^2 \times 7^2 \times 4^2$
計算すると「112」$= (2 \times 2 \times 7 \times 4)^2$
（100以上）$= (112)^2$

○＝４で自然数の値が 100 を超えたので、○＝３までの自然数が答えとなる。

よって、正解は　・○＝１のときの自然数　「7」
・○＝２のときの自然数　「28」

・○＝３のときの自然数　「63」の３つとなる。

<u>**答．**7、28、63</u>

Point　$2^4 \times 7 \times \boxed{7 \times (\text{整数})^2}$

$= 2^4 \times 7 \times \boxed{7 \times ○ \times ○} = 2^2 \times 2^2 \times 7^2 \times ○^2$

$= (2 \times 2 \times 7 \times ○)^2$

<u>*応用III：最大公約数・最小公倍数を素因数分解を利用して求める*</u>

※<u>最大公約数・最小公倍数</u>、ともに「12」「18」の 2 つの数を用いる。

最大公約数…2 つの数に共通する約数(公約数)の中で最も大きい約数のこと。
最小公倍数…2 つの数に共通する倍数(公倍数)の中で最も小さい倍数のこと。

<u>◆最大公約数の場合◆</u>

$\boxed{1}$　「12」「18」とも<u>素因数分解</u>する

└→p.23 に解説

$$\begin{array}{r|r} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array} \Rightarrow 12 = 2^2 \times 3 \qquad \begin{array}{r|r} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array} \Rightarrow 18 = 2 \times 3^2$$

$\boxed{2}$　最大公約数を求める

$12 = 2^2 \times 3 = 2 \times 2 \times 3$　　　$18 = 2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3$

これを下のように並べる

$$\begin{array}{rcccccccc} 12 & = & \boxed{2} & \times & 2 & \times & \boxed{3} & & \\ 18 & = & \boxed{2} & & & \times & \boxed{3} & \times & 3 \\ \hline & & 2 & & & \times & 3 & & \end{array}$$

◎このように、数字をタテに合わせて並べる。

2 と 3 がタテに共通している

⇒この共通している素因数を全部かける

$2 \times 3 = 6$ 　　　　　　　　答．6

■発展■

⇒12 と 18 の公約数は、最大公約数が 6 より 6 の約数となる。

$\underbrace{1, \quad \underbrace{2, \quad 3,}_{} \quad 6}_{6（積）}$

◆最小公倍数の場合◆

1　最大公約数と同様に素因数分解をし、タテを合わせて並べる。

$$\begin{array}{rcccccccc} 12 & = & \boxed{2} & \times & 2 & \times & \boxed{3} & & \\ 18 & = & \boxed{2} & & & \times & \boxed{3} & \times & 3 \\ \hline & & 2 & \times & 2 & \times & 3 & \times & 3 \end{array}$$

⇒　**最大公倍数と異なり、共通している素因数も残りの素因数もすべてかける**

$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ 　　　　　　　　答．36

■実戦■

◎12 でも 18 でも割りきれる数のうち、100 に最も近い数を求めよ。

【解法】

Ⅰ．『12 でも 18 でも割りきれる数』＝ 12 と 18 の公倍数

Ⅱ．『12 と 18 の公倍数』＝ 36 の倍数

└→ 12 と 18 の最小公倍数より

以上より 36 の倍数で 100 に最も近い数が正解となる。

100 ÷ 36 ＝ 2 … 28

Attention!!

今、100÷36 の計算結果が 2 余り 28 となった。この時点で正解は
36×2＝72
36×3＝108　**のふたつを浮かべ、比べること。**

２つの数を比べると…… 108 **の方が** 100 **に近い**
↓
100 **に最も近い** 12 **と** 18 **の公倍数は** 108 **である。**

答．108

※商が 2 だからといって 2 をかけるだけだと、間違えてしまう。
必ず商の１つ上(下)の数も検討しよう。

◎12 でも 18 でも割ると 11 余る数のうち、100 に最も近い数を求めよ。

【解法】

Ⅰ．『12 でも 18 でも割ると 11 余る数』＝ 12 と 18 の公倍数＋11

Ⅱ．『12 と 18 の公倍数＋11』＝ 36 の倍数＋11
└→ **12 と 18 の最小公倍数より**

◆以上より 36 の倍数＋11 でもっとも 100 に近い数が正解となる。

Point　**式に表すと**３６ｎ＋１１
⇒このしきより p.11【実戦】のやり方で解く

① まず、倍数だけで 100 にもっとも近いｎの値を求める。倍数は３６

100÷36＝$\underline{\underline{2}}$…28
└→ **この数の前後を考える**

	ｎ＝1	**３６×１＋１１＝４７**
３６ｎ＋１１	**ｎ＝2**	**３６×２＋１１＝８３**
	ｎ＝3	**３６×３＋１１＝１１９**

⇒もっとも 100 に近いのは　n＝2

答．８３

《解説》素因数・素因数分解とは――――――

◎ 素数 … $\boxed{1}$ と $\boxed{\text{その数自身}}$ のほかに約数がない数のこと。(約数が 2 コ)
(それよりも小さい自然数の積の形に表せない数のこと)
【注意】「1」は素数ではない。(1 の約数は 1 の 1 コのみ)

◎ 因数 … ある自然数がいくつかの自然数の積の形で表せるとき、その積になっている 1 つ 1 つの数のこと。

→ この両方の性質を満たす数(素数である因数)を「素因数」という。

〔例〕ある自然数が「８」の場合

$$8 = \underbrace{\underline{\underline{2}} \times \underline{\underline{4}}}_{\boxed{\text{因数}}}$$

$$8 = \boxed{2} \times 4$$

→ ２は素数(約数は 1,2 の 2 コ)⇒ 素数である因数 ⇒ 素因数

$8 = 2 \times \boxed{4}$

→ ４は素数ではない(４の約数は 1,2,4 の 3 コ)

⇒ 素数である因数、素因数ではない

$8 = \underline{2 \times 2 \times 2}$

→ すべて素数である因数(素因数)の積になった

⇒ このような素因数だけの式にすることを「素因数分解」という。